信号処理演習略解

(1) $[4, 13, 28, 27, 18]$.

(2) $[32, 31, 18]$.

(3) $T(a_0 p_0 + \sum_{m=1}^{\infty}(a_m p_m + b_m q_m)/2)$.

(4) $x(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{T}{\pi^2 m^2}(1 - (-1)^m)$.

(5) $x(t)$，$x[n]$ のフーリエ変換をそれぞれ $X_{\mathrm{A}}(\omega)$，$X_{\mathrm{D}}(\omega T)$ とすると，
$X_{\mathrm{D}}(\omega T) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_{\mathrm{A}}\left(\omega - \frac{2\pi}{T}n\right)$.

(6) $\mathrm{DFT}\{x[n-m]\} = \exp\left(-\mathrm{j}\frac{2\pi km}{N}\right) X[k]$.

(7) $F_{\mathrm{even}}[k] = (F[k]+F[-k])/2$，$F_{\mathrm{odd}}[k] = (F[k]-F[-k])/2$ とおいて，$X[k] = \mathrm{Re}\{F_{\mathrm{even}}[k]\} + \mathrm{j}\mathrm{Im}\{F_{\mathrm{odd}}[k]\}$，$Y[k] = \mathrm{Im}\{F_{\mathrm{even}}[k]\} + \mathrm{j}\mathrm{Re}\{F_{\mathrm{odd}}[k]\}$.

(8)
- (i) $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta[n]z^{-n} = 1$.
  収束領域はすべての z.
- (ii) $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}u[n]z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty}z^{-n} = \frac{1}{1-z^{-1}}$.
  z^{-1} を公比とする等比級数なので，収束領域は $|z| > 1$.
- (iii) $X(z) = -\sum_{n=-\infty}^{\infty}u[-n-1]z^{-n} = -\sum_{n=-\infty}^{-1}z^{-n} = -\sum_{n=1}^{\infty}z^{n} = \frac{-z}{1-z} = \frac{1}{1-z^{-1}}$.
  収束領域は $|z| < 1$.
- (iv) $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}(\frac{1}{2})^n u[n]z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty}(2z)^{-n} = \frac{1}{1-(2z)^{-1}}$.
  収束領域は $|(2z)^{-1}| < 1$ より，$|z| > \frac{1}{2}$.
- (v) $X(z) = -\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\frac{1}{2})^n u[-n-1]z^{-n} = -\sum_{n=-\infty}^{-1}(2z)^{-n} = -\sum_{n=1}^{\infty}(2z)^{n} = \frac{-2z}{1-2z} = \frac{1}{1-(2z)^{-1}}$.
  収束領域は $|2z| < 1$ より，$|z| < \frac{1}{2}$.
- (vi) $nu[n] = \sum_{k=1}^{\infty}u[n-k]$ であることに着目すると，(2) より初項にだけ注意して $\mathrm{ZT}\{u[n-k]\} = \frac{z^{-k}}{1-z^{-1}}$．よって，$X(z) = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{z^{-k}}{1-z^{-1}} = \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$.
  収束領域は $|z| > 1$.
- (vii) $\frac{z(z-\alpha\cos(\Omega_0))}{z^2-2\alpha\cos(\Omega_0)z+\alpha^2}$，$(|z| > |\alpha|)$.
- (viii) $\frac{\alpha\sin(\Omega_0)z}{z^2-2\alpha\cos(\Omega_0)z+\alpha^2}$，$(|z| > |\alpha|)$.

(9) (i) 時不変，(ii) 時変.

(10) システムは因果的で BIBO 安定なので，システムの離散時間フーリエ変換は

$$H(\exp(\mathrm{j}\Omega)) = \sum_{n=0}^{\infty} h[n]\exp(-\mathrm{j}\Omega n) \tag{1}$$

となる．また，システムは実入出力であるため，インパルス応答 $h[n]$ は実数となる．離散フーリエ変換の対称性より，$h[n]$ が実数なら $\mathrm{Re}\{H(\mathrm{j}\Omega)\}$ は偶関数，$\mathrm{Im}\{H(\mathrm{j}\Omega)\}$ は奇関数である．このため，$|H(\mathrm{j}\Omega)| = \sqrt{\mathrm{Re}\{H(\mathrm{j}\Omega)\}^2 + \mathrm{Im}\{H(\mathrm{j}\Omega)\}^2}$ は偶関数，$\mathrm{Arg}\{H(\mathrm{j}\Omega)\} = \tan^{-1}(\mathrm{Im}\{H(\mathrm{j}\Omega)\}/\mathrm{Re}\{H(\mathrm{j}\Omega)\})$ は奇関数となる.

(11) $$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ -a_{P-1} & 0 & & 1 \\ -a_P & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 - a_1 b_0 \\ \vdots \\ b_Q - a_Q b_0 \\ \vdots \\ -a_P b_0 \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \ d = b_0.$$

(12) (i) 概ねローパスフィルタになる．(ii) ノッチフィルタ (特定の周波数とその高調波を阻止するフィルタ) になる．(iii) コムフィルタ (特定の周波数とその高調波を通過させるフィルタ) になる．