信号処理演習問題

(1) $[1,2,3]$ と $[4,5,6]$ のたたみ込みを求めよ.

(2) $[1,2,3]$ と $[4,5,6]$ の循環たたみ込みを求めよ.

(3) 実関数 $x(t), y(t)$ はともに周期 T の周期関数で，それぞれのフーリエ級数は,

$$
\begin{aligned}
x(t) &= a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) \\
y(t) &= p_0 + \sum_{m=1}^{\infty} p_m \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} q_m \sin\left(\frac{2\pi mt}{T}\right)
\end{aligned}
$$

で表される．$\langle x(t), y(t)\rangle_T$ を求めよ.

(4) 以下の関数をフーリエ級数で表せ.

$$
x(t) = \begin{cases} -t + \left(p + \frac{1}{4}\right)T, & pT \le t \le \left(p + \frac{1}{2}\right)T \\ t - \left(p + \frac{3}{4}\right)T, & \left(p + \frac{1}{2}\right)T < t \le (p+1)T \end{cases}, \quad (p \in Z)
$$

(5) 連続時間信号 $x(t)$ をサンプリング周期 T でサンプリングした離散時間信号を $x[n]$ とする．$x(t)$ と $x[n]$ のフーリエ変換の間に成立する関係を示せ.

(6) $x[n]$ の離散フーリエ変換を $X[k]$ とするとき，循環シフト $x[n-m]$ の離散フーリエ変換を $X[k]$ を使って表せ.

(7) 有限長の実離散時間信号 $x[n], y[n], (n \in \mathbb{Z}[0, N-1]$ に対し，$F[k] = \mathrm{DFT}\{x[n] + \mathrm{j}y[n]\}$ とする．$X[k], Y[k]$ を $F[k]$ で表せ.

(8) 以下の離散時間信号の z 変換とその収束領域を求めよ.

(i) インパルス：$x[n] = \delta[n]$.

(ii) ステップ：$x[n] = u[n]$.

(iii) $x[n] = -u[-n-1]$.

(iv) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$.

(v) $x[n] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n-1]$.

(vi) ランプ：$x[n] = r[n] = nu[n]$.

(vii) $\alpha^n u[n] \cos(\Omega_0 n)$.

(viii) $\alpha^n u[n] \sin(\Omega_0 n)$.

(9) 以下のシステムの時不変性を調べよ.

(i) $y[n] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} h[n-p]x[p]$.

(ii) $y[n] = nx[n]$.

(10) 因果的でBIBO安定な実入出力の離散時間線形時不変システムの周波数応答 $H(\exp(\mathrm{j}\Omega))$ について，以下を示せ.

(i) $|H(\exp(\mathrm{j}\Omega))| = |H(\exp(-\mathrm{j}\Omega))|$.

(ii) $\mathrm{Arg}\{H(\exp(-\mathrm{j}\Omega))\} = -\mathrm{Arg}\{H(\exp(\mathrm{j}\Omega))\}$.

(11) 図 1 に示すように，IIR システムに状態変数 $s_p[n], (p \in \mathbb{Z}[1, P])$ を導入し，$\boldsymbol{s}[n] = [s_1[n]\ s_2[n] \cdots\ s_P[n]]^{\mathrm{T}}$ とおく．$\boldsymbol{s}[n+1] = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}[n] + \boldsymbol{b}x[n]$ および $y[n] = \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}[n] + dx[n]$ と表す場合，行列 $\boldsymbol{A}$，ベクトル $\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$，スカラー d を定めよ.

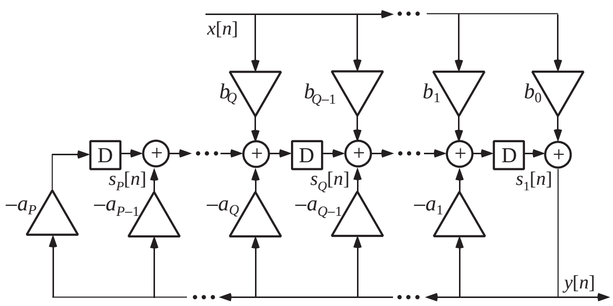

図 1: IIR システムの状態空間表現

(12) 以下の FIR フィルタはどのような周波数選択性を有するか.

(i) $H(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}$

(ii) $H(z) = 1 + z^{-Q}, (Q \in \mathbb{N})$

(iii) $H(z) = 1 - z^{-Q}, (Q \in \mathbb{N})$