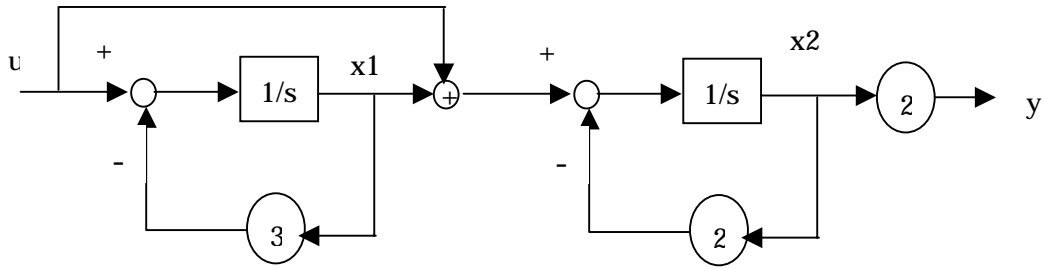
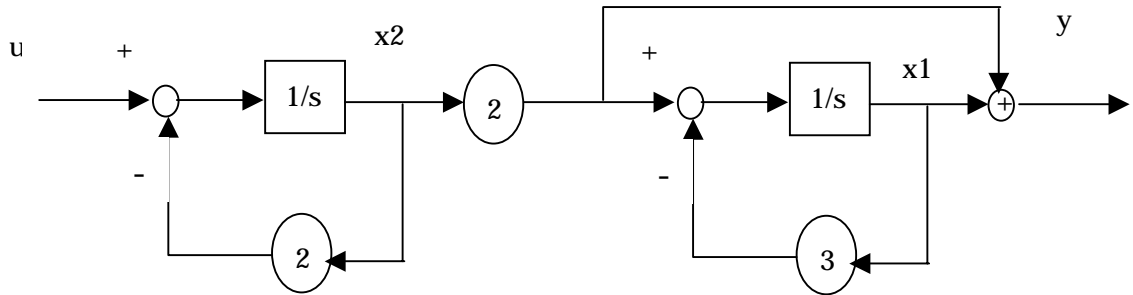


## 制御論第二演習問題

(1)以下の二つのシステムをそれぞれ状態方程式で表せ．



a)



b)

(2)以下の二つの状態方程式のそれぞれの伝達関数を求めよ．

$$a) \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u, y = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

(3)前問のシステム b)の時間応答を求めよ．ただし、状態の初期値を  $\mathbf{x}(0) = (x_1(0), x_2(0))^T$  とする．

(4)以下のシステムの可制御性，可観測性を調べよ．

$$a), \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u, y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$b), \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u, y = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

(5)第(2)問のシステム b)の可制御標準形および可観測標準形を求めよ．また，システム b)からそれぞれの標準形に変換する等価変換も求めよ．

(6) 第(2)問のシステム a) に状態フィードバック  $u(t) = f^T x(t) + r(t)$  を施す。この時、制御系の極が  $-1$  の重根に配置された。このときのフィードバックゲイン  $f$  と指令入力  $r(t)$  から出力  $y(t)$  までの伝達関数  $G_{ry}(S)$  を求めよ。

(7) 第(2)問のシステム a) の状態を観測する観測器を以下のように設計した。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_{m1}(t) \\ \dot{x}_{m2}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{m1}(t) \\ x_{m2}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) + k \varepsilon(t), \\ \varepsilon(t) &= y(t) - y_m(t) \\ y_m(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{m1}(t) \\ x_{m2}(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

この時、観測器の極は、 $-2$  の重根であった。このときの観測器のゲイン  $k$  を求めよ。

(8) 第(2)問のシステム a) に対し、第(7)問の観測器と第(6)問で求めたフィードバックゲイン  $f$  を用いた制御系を設計した。つまり、

$$u(t) = f^T x_m(t) + r(t)$$

なる制御側を用いた。このとき、全系の状態を  $(x_1 \ x_2 \ x_{m1} \ x_{m2})^T$  として状態方程式で表せ。

(9) 前問の状態方程式の状態を  $(x_1 \ x_2 \ x_1 - x_{m1} \ x_2 - x_{m2})^T$  に等価変換した場合の状態方程式を求めよ。

(10) 指令入力  $r(t)$  から出力  $y(t)$  までの伝達関数  $G_{ry}(S)$  を求めよ。

(11) 第(8)問で設計した  $r(t)$  と  $y(t)$  を入力にして  $u(t)$  を出力とするコントローラ部分の状態方程式を求めよ。

(12) 前問で求めたコントローラを伝達関数表示せよ。

(13) 制御対象を、 $\dot{y}(t) = -y(t) + u(t)$  とするとき、評価関数  $\int_0^{\infty} \{y^2(t) + u^2(t)\} dt$  を最小にする

制御側とそのときの全制御系の極を求めよ。

(14) 前問の評価関数の最小値を求めよ。ただし、出力  $y(t)$  の初期値を  $y(0)$  とする。

(15) 第(13)問の制御対象に対し、全制御系の極が  $-2$  の重根となるような定置信号  $r(t)$  に追従するサーボ形を設計せよ。ただし、積分保障器の内部状態を  $v(t)$  とする。