一般F『数理工学のすすめ』　レポート課題（第４回）（松尾）

2017年6月8日

質問は matsuo@mist.i.u-tokyo.ac.jp まで．提出先・締め切り等は，別に配布されている全体ルールに従うこと．以下のうち，いずれか１問以上を解答すること．

第１問　スカラー値の常微分方程式:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}z(t) = f(z(t))$$

を

$$\frac{z^{(m+1)} - z^{(m)}}{\Delta t} = f(z^{(m)}) \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$$

で近似する**陽的 Euler 公式**と，

$$\frac{z^{(m+1)} - z^{(m)}}{\Delta t} = f(z^{(m+1)}) \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$$

で近似する**陰的 Euler 公式**について考える．ただし $\Delta t > 0$ は「離散化幅」，$z^{(m)} \simeq z(m\Delta t)$ は解の近似値である．

いま初期値 $z^{(0)} = z(0)$ が与えられているとき，この２つの公式で求まる $z^{(1)}$ と $z(\Delta t)$ のずれはそれぞれどれくらいか.（ヒント：$z(\Delta t)$ の Taylor 展開を考える．陽的 Euler は簡単．陰的 Euler は $f(z(\Delta t))$ を $f(z(0))$ の周りで展開したいので，二段階に分けて展開を考えることになる.）

余力があり挑戦したい人は，**陰的中点則**：

$$\frac{z^{(m+1)} - z^{(m)}}{\Delta t} = f\left(\frac{z^{(m+1)} + z^{(m)}}{2}\right) \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots)$$

についても同様の考察をしてみよ.（これは上の２つに比べて，もう少し精度が高くなる.）

第２問　以下について作文せよ．

(1) 講義の中で，特に面白いと思った箇所を挙げ，その概略を説明せよ．

(2) 以下のそれぞれについて，いまの社会で思い当たる例を挙げ，それぞれ簡単に説明せよ．実際の例に思い当たらない場合は，予想（想像）でもよい．(i) 数値計算がすでに役立っている例，(ii) まだ数値計算が困難であると思われる例（分野），(iii) 自分の生活において，今後，数値計算を役立ててみたいと思う例（自分自身で計算できないものも含む）.

番外.　講義について，感想があったら自由に書いてください．批判的なことを書いてもレポートの点数には影響しません．